



Septiembre de 2010

EL LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS EN CHILE EN EL ÚLTIMO SIGLO 1910 – 2010

Roberto Vidal C.
Director Pedagogía en Matemática
Facultad de Educación
Universidad Alberto Hurtado

“Carecemos todavía de una línea de investigación sobre el contenido de los libros de texto de matemáticas, que abra una discusión y contribuya a mejorar la enseñanza y el aprendizaje”.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las maneras de comunicar el conocimiento es a través del material escrito que va quedando en el tiempo como legado. Hablar de libros de texto de matemáticas, es hablar de la forma de enseñanza, de los paradigmas instalados en una época, desde la huella que dejaron los antiguos libros de aritmética, álgebra y geometría.

La vieja palabra “aritmética”, traducción del latín *arithmetica* que significa *números*, quedó atrás y hoy los libros de texto se titulan bajo el nombre de “matemáticas” conteniendo en su interior las ramas mencionadas. Se han materializado cambios de contenidos pues algunos han envejecido naturalmente producto de los avances de la ciencia y la tecnología. Por ejemplo, calcular la raíz cuadrada “a mano” fue un objeto de estudio, mientras que ahora los textos, si lo incorporan es casi a modo de anécdota de lo que se hacía. Lo mismo ocurre con el cálculo de mantisas y características de los logaritmos, que han sido olvidados por el uso de la calculadora.

La historia de las matemáticas nos ilustra la importancia y trascendencia del libro de texto. La primera edificación deductiva de las matemáticas fue llamada “Los Elementos” de Euclides de Alejandría, en los alrededores del 300 a.c., quien recopiló los estudios matemáticos de la época y los organizó en un sistema deductivo (definiciones, nociones comunes, postulados y teoremas) para su difusión. Este pionero escrito ya tiene más de dos milenios de edad y para comprender la naturaleza de los libros de texto, en especial los del caso chileno para cualquier época, cabe hacer mención de esta obra clásica griega, que ha influido en los autores de diversas épocas, pues le sigue a la Biblia, en número de ediciones en el mundo y ha dado las directrices de la enseñanza de la Matemática por siglos.

Este propósito orientador, es el que vemos en los libros de texto escolar, los que en la actualidad se han masificado por la creación de múltiples editoriales que comercializan y compiten con este tipo de productos y que una vez al año se ven enfrentados en los actuales llamados a licitación, en los distintos subsectores de aprendizaje, por el Ministerio de Educación.

Según Vilella (2001), “los docentes suelen sustentar gran parte de sus prácticas en los libros escolares de Matemática que recomiendan usar a sus alumnos y que, algunas veces, ellos mismo usan, convirtiéndose así el texto en el vehículo que legitima los contenidos prescriptos y en una de las principales fuentes de actividades y tareas”. Por otra parte, Vargas (2003), señala que “el libro de texto de matemáticas, concebido como instrumento asociado a la comunicación de saberes matemáticos, es el instrumento mayoritariamente usado por los profesores. Especialmente el TIMSS, (tercer estudio internacional de Ciencias y Matemáticas) muestra que el texto es utilizado para decidir qué temas enseñar y cómo enseñarlos así como para determinar cuáles ejercicios y problemas solucionar. Esta posición privilegiada del texto, condice indudablemente al reconocimiento de la necesidad de convertirlo en objeto de estudio didáctico, y, en consecuencia, de aprendizaje didáctico”.

La importancia que se le da al del libro de texto actualmente en nuestro país está relacionada entre otras cosas, con entregar las directrices para la preparación de las pruebas SIMCE y PSU, como una extensión o puesta en marcha de las actividades genéricas, contenidos mínimos y aprendizajes esperados que aparecen redactados en los Programas Ministeriales.

La calidad del texto se ha asociado a una adecuada “bajada” y cobertura del currículo oficial. También le corresponde asumir la responsabilidad como divulgador y por tanto evidencia el estado de lo que comunica y cómo se comunica en una determinada época, lo que paradójicamente no está absolutamente relacionado con los autores, puesto que en algunos casos, este material de apoyo ha sido intervenido por terceros (editores, revisores u otros) para que cumpla con ciertas normas de estructura, tales como: número de páginas, tamaño de las páginas, diagramación y diseño, etc.

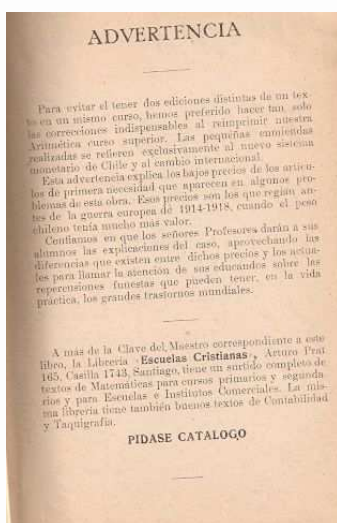
En lo que sigue, diferenciaremos cuatro etapas de los libros de texto de matemáticas elaborados en Chile, en las que se puede apreciar cómo han evolucionado hasta llegar a conquistar un mercado en el que ahora son indispensables, en relación con sus inicios donde sólo algunos podían tener acceso a él.

2. ETAPAS DE DESARROLLO DEL LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICA “MADE IN CHILE”

Como hemos señalado previamente, la historia evolutiva del libro de texto de matemáticas en nuestro país durante 1910 - 2010 se puede subdividir en cuatro épocas, las que denominaremos como: Etapa Antigua, Etapa de Transición, Etapa de Masificación y Etapa de búsqueda de la consolidación, las que serán descritas a continuación.

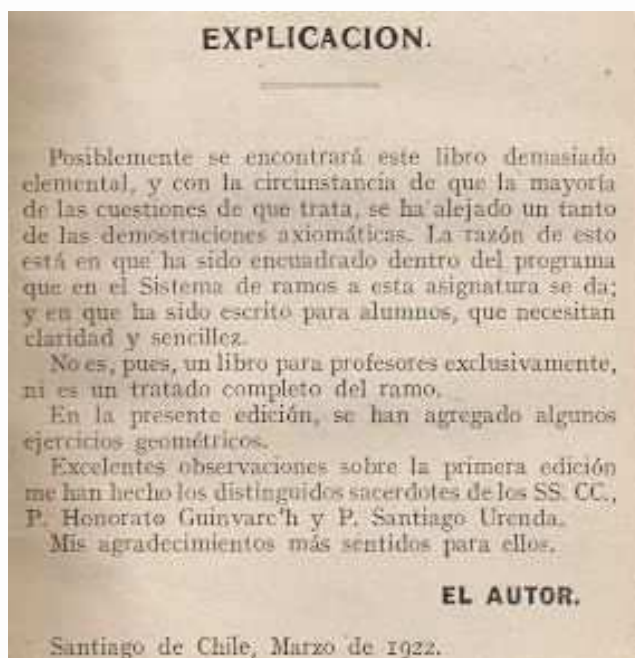
2.1 Etapa Antigua

Podríamos convenir en su inicio en 1910 (dado que ya ha pasado un siglo) y su término a mediados de la década de los años 60', marcado por la emergencia de la reforma educacional de 1965.

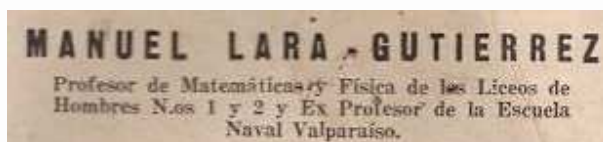


Varios manuales escolares de esta época, en matemáticas al menos, contienen algunos elementos que llaman la atención puesto que hoy ya han quedado en el olvido. Por ejemplo, en la imagen de la izquierda se muestra una de las páginas preliminares de un clásico texto de álgebra, la que se titula “advertencia”, tal como hemos hecho al iniciar este artículo. En este caso se pone al tanto al profesor que utilizará esta obra, acerca del problema acaecido en la época por el cambio monetario producto de la guerra europea (1914 – 1918), razón que justifica que la nueva edición de este libro contemple correcciones sobre los precios antiguos de objetos que aparecen en las secciones de situaciones problema, indicando que “antes de esta guerra, el peso chileno tenía mucho más valor”.

En el texto de Álgebra del profesor Mardoqueo Yáñez en su tercera edición de 1922, también dedica una de sus primeras páginas a lo que se solía titular “Explicación”¹, lugar que los autores dedicaban para dar motivos de las selecciones de contenidos que traía el texto, de las modificaciones de una edición a otra (lo que también aparecía como advertencia) y para dar agradecimientos por los aportes de terceros en su lectura previa.

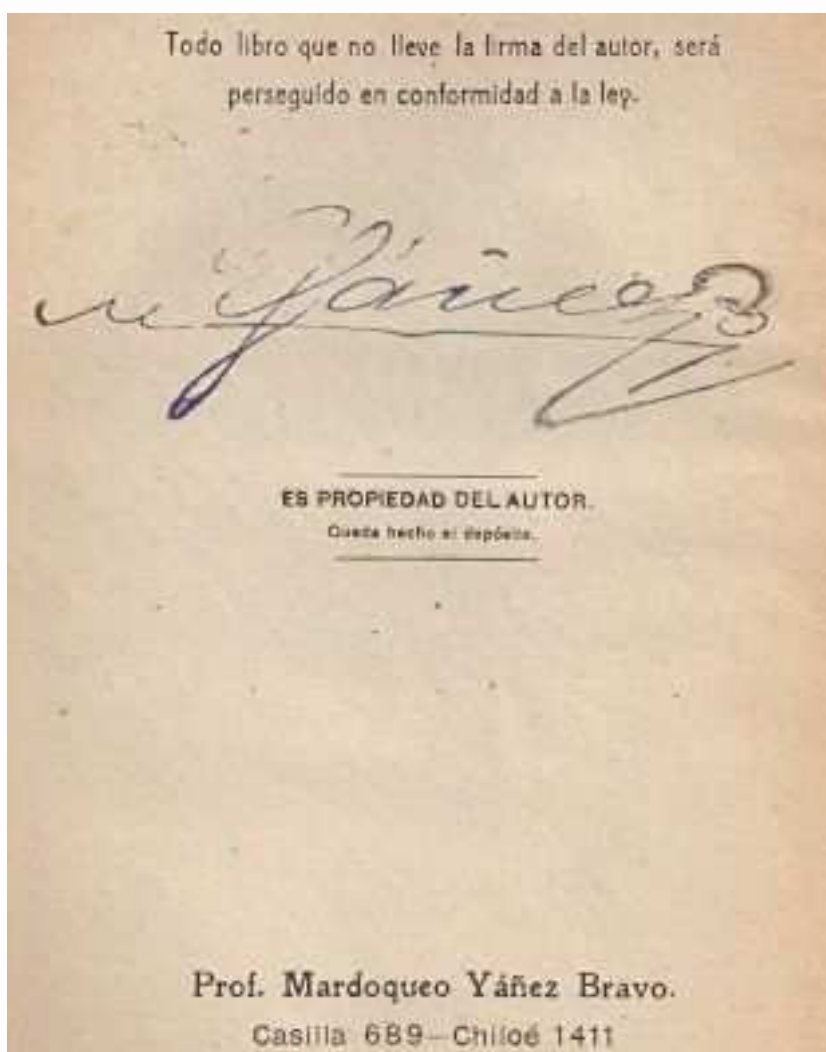


En esta etapa, los libros de texto producidos en nuestro país, se caracterizan porque en su mayoría los autores son profesores que escriben para sus estudiantes. Esto se evidencia al mirar que las portadas y las introducciones mencionan la institución en que trabaja el autor. Aquí es posible encontrar escritos de profesores que en esta etapa trabajaron en establecimientos hoy emblemáticos como el Instituto Nacional, el Liceo Manuel Barros Borgoño y otros. Incluso hay libros escritos para otras instituciones como la Escuela Naval y la Escuela Militar.



¹ En otras obras más antiguas se ha constatado que también el uso de la **s** en lugar de **x**, en un castellano antiguo como también el uso del conectivo **i** por **Y** y el de la letra **J** por **G**, por ejemplo en “Esplicación”, “Jeometría”, “triángulos i cuadriláteros”.

Aunque no es común en todos los textos revisados, se advierte la existencia de una ley en los alrededores de 1922 que exigía a los autores firmar su obra en una de las páginas preliminares como sello de propiedad intelectual. He aquí la evidencia:



En este período los libros de texto se escriben independientemente para lo que hoy se consideran Ejes Temáticos. De esta forma los libros de matemáticas de humanidades (en lo que es ahora enseñanza básica y enseñanza media), se dedican a un eje en particular, por lo que es posible encontrar títulos como:

- “Aritmética III año”.
- “Curso de Aritmética tomo I correspondiente al Primer año de Humanidades”.
- “Curso de Matemáticas Elementales tomo III: Álgebra”
- “Curso de Matemáticas Elementales tomo I: Geometría”

- “Iniciación al álgebra”.
- “Álgebra tercer y cuarto año”.
- “Geometría. Tercer año de Humanidades”.
- “Curso elemental de Geometría correspondiente al IV año de Humanidades”.



Estos incipientes manuales escolares son muy parecidos en su apariencia física. Sus dimensiones generalmente tienden al patrón de 19cm. de longitud por 13cm. de anchura, por las condiciones de impresión de la época están a un solo color (el negro) y algunos incluso traen algunos caracteres hechos a mano.

Otro elemento que distinguir, es que la mayoría trae al inicio el listado de contenidos del Programa Nacional para un determinado curso-nivel al que se ajusta el texto, programa que a su vez viene dado en términos de lo que se debe enseñar en Matemáticas, seccionado en Aritmética, Geometría y Álgebra.

Texto arreglado conforme al nuevo programa, i
aprobado por el H. Consejo de Instrucción Pública.

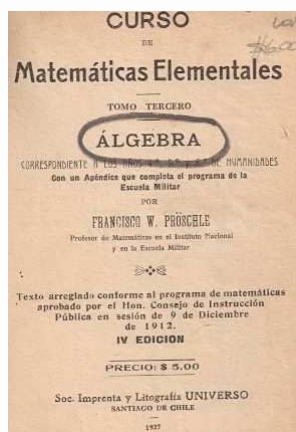
Cabe mencionar la gran influencia que han tenido en particular algunos autores de esta época en la enseñanza de las matemáticas y en otras obras posteriores. Es el caso de Ricardo Pöenisch, Matemático de origen alemán que llegó a Chile en 1889, y que en 1907 se hizo cargo de la carrera de Pedagogía en Matemáticas en el Instituto Pedagógico. (Gutiérrez, 2009).

Pöenisch fue uno de los precursores en escribir libros para la enseñanza de las matemáticas. Junto a Tafelmacher redactaron seis tomos de sus “Elementos de Matemáticas” para la educación secundaria, los que se utilizaron en Chile hasta la reforma de 1912. De ahí en adelante surgen nuevos libros, algunos del mismo profesor Pöenisch. En efecto, en 1916 aparece la primera edición de “Curso de Matemáticas Elementales Tomo I Geometría”, para los niveles de segundo y tercer año de humanidades. Luego aparecería un segundo tomo que también trata de Geometría. Es aquí donde aparece la figura de otro autor y probablemente el más conocido hasta nuestros días: el profesor Francisco W. Pröschle.

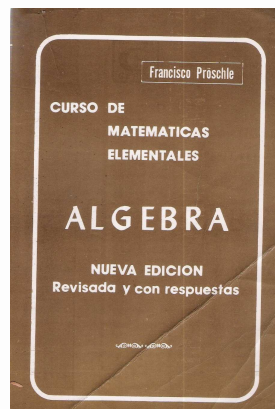


Pröschle, colega y amigo de Pöenisch, termina la colección de éste último con el tomo III dedicado al álgebra escolar, cuya primera edición aparece en 1917. Este manual se convertiría en uno de los libros más conocidos sobre enseñanza del álgebra para secundaria en nuestro país. Esto se puede comprobar fácilmente en la actualidad, ya que de todas las obras a las que haremos referencia en este período (1910 – 1965), sólo el conocido como “álgebra de Pröschle” se puede encontrar aún en venta, se sigue editando

e imprimiendo. El resto, prácticamente ha desaparecido y pueden ser recuperados por medio de los especialistas en libros antiguos, pero ya no se imprimen. He aquí un par de imágenes de este libro de texto.



Una de las páginas preliminares de la 4ª edición del libro de Pröschle de 1927



Una de las portadas del libro de Pröschle a finales del siglo XX

La enseñanza del álgebra está caracterizada como la generalizadora de la aritmética, lo que se observa en los manuales al tratar los contenidos, partiendo de expresiones numéricas concretas para llegar a las expresiones algebraicas. No se suele utilizar expresiones conjuntistas y tampoco había restricciones para las variables cuando se anunciaban propiedades, pues para la época, los programas no admitían tales conocimientos.

En álgebra en este período se privilegia lo rutinario y mecánico, lo que se nota en la gran cantidad de ejercicios referidos al manejo de operaciones con expresiones algebraicas, resolución de ecuaciones, potencias, radicales y logaritmos. En cuanto a la operatoria, como no se contaba con aparatos electrónicos para realizar cálculos, los libros incorporaban en sus páginas tablas de cuadrados, de cubos y logaritmos entre otras, incluso vale mencionar que también en la época se comercializaban libros que traían sólo tablas.

N	N ²	N ³	N	N ²	N ³	N	N ²	N ³
1	1	1	35	1225	42875	68	4624	314432
2	4	8	36	1296	46656	69	4761	328509
3	9	27	37	1369	50653	70	4900	343000
4	16	64	38	1444	54872	71	5041	357911
5	25	125	39	1521	59319	72	5184	373248
6	36	216	40	1600	64000	73	5329	389017
7	49	343	41	1681	68921	74	5476	405224
8	64	512	42	1764	74088	75	5625	421875
9	81	729	43	1849	79507	76	5776	438976
10	100	1000	44	1936	85184	77	5929	456533
11	121	1331	45	2025	91125	78	6084	474552
12	144	1728	46	2116	97336	79	6241	493039
13	169	2197	47	2209	103823	80	6400	512000
14	196	2744	48	2304	110592	81	6561	531441
15	225	3375	49	2401	117649	82	6724	551368
16	256	4096	50	2500	125000	83	6889	571787
17	289	4913	51	2601	132651	84	7056	592704
18	324	5832	52	2704	140608	85	7225	614125
19	361	6859	53	2809	148877	86	7396	636056
20	400	8000	54	2916	157464	87	7569	658503
21	441	9261	55	3025	166375	88	7744	681472
22	484	10648	56	3136	175616	89	7921	704969
23	529	12167	57	3249	185193	90	8100	729000
24	576	13824	58	3364	195112	91	8281	753571
25	625	15625	59	3481	205379	92	8464	778688
26	676	17576	60	3600	216000	93	8649	804357
27	729	19683	61	3721	226981	94	8836	830584
28	784	21952	62	3844	238328	95	9025	857375
29	841	24389	63	3969	250047	96	9216	884736
30	900	27000	64	4096	262144	97	9409	912673
31	961	29791	65	4225	274625	98	9604	941192
32	1024	32768	66	4356	287496	99	9801	970299
33	1089	35937	67	4489	300763	100	10000	1000000
34	1156	39304						

Una tabla de cuadrados y cubos de la época

Otros libros de la época son los escritos por el Profesor Omer Cano, perteneciente a los Hermanos de las Escuelas Cristianas (H.E.C.), y por los profesores Rodolfo Iturriaga y Manuel Lara, de la Escuela Naval y del liceo de Valparaíso, todos mayormente reconocidos por sus trabajos para la enseñanza de la geometría. En esta etapa los libros del área destacan fuertemente las habilidades de razonamiento geométrico por medio de las construcciones geométricas con regla no graduada y compás, además de la presentación deductiva de la geometría, donde se enfatiza además el aprendizaje de las demostraciones de teoremas.

En Aritmética en tanto, se estudiaba además de la numeración y las operaciones aritméticas con distintos enteros y fracciones tal como se hace hoy, el sistema monetario, el sistema métrico decimal y lo que se llamaba “números complejos”, denominación para duplas de números y unidades de medición, tal como 3cm. o 12 meses y 5 días. También materia hoy en el recuerdo es el cálculo mental, el que debía ensayarse como parte obligada. Así lo explicita la mayoría de los textos de la época.

Ejercicios.
Cálculo oral.

1.	19 — 6	15 — 8	60 — 40	130 — 70
	78 — 5	34 — 9	170 — 30	120 — 40
	138 — 5	123 — 7	290 — 50	250 — 90
	97 — 4	214 — 8	380 — 60	310 — 60
	267 — 4	345 — 9	450 — 20	430 — 80
	389 — 7	672 — 6	560 — 30	540 — 70
2.	76 — 42	57 — 24	120 — 46	156 — 82
	89 — 57	68 — 45	260 — 78	145 — 79
	98 — 63	79 — 54	340 — 93	208 — 54
	67 — 35	85 — 63	420 — 57	314 — 67
	59 — 26	96 — 44	510 — 36	423 — 46
	78 — 55	78 — 33	640 — 84	534 — 95
3.	200 — 75	300 — 125	460 — 135	
	500 — 63	600 — 246	380 — 226	
	300 — 84	800 — 357	590 — 347	
	700 — 92	400 — 183	670 — 432	
	900 — 58	700 — 481	750 — 518	
	400 — 37	900 — 575	840 — 537	
4.	Restar sucesivamente todas las veces que se pueda:			
	a) 35 de 200; b) 46 de 300; c) 28 de 400.			

. 23 del texto: *Curso de Aritmética de F. Pröschle de 1957, XIX edición.*

2.2 Etapa de transición

El suceso de impacto mundial que produce un nuevo paradigma de enseñanza de las ciencias y en particular de las matemáticas, se produce en el mundo a partir de 1960 y floreció como una consecuencia del Círculo de Viena integrado por positivistas para los cuales las matemáticas no tienen relación con el mundo, considerándolas como solo tautologías o serie de convenciones de naturaleza lingüística y sintáctica. La conformación del grupo de matemáticos que se hicieron llamar Nicolás Bourbaki desde 1935, quienes proponen a partir de la teoría de conjuntos cómo deben enseñarse las

matemáticas en sentido “moderno” y dando directrices para la elaboración de libros de texto que se basen en el rigor y la axiomatización propios de un saber científico.

Se origina así la llamada “Reforma de las Matemáticas Modernas”, propuesta en 1958 en la ciudad de Edimburgo, Escocia, lugar en que en el Congreso Internacional de Matemáticos convocado aquel año, comienza a manifestar la necesidad de cambiar la enseñanza de las matemáticas en el mundo occidental, debido al negativo informe que presentaron cinco participantes norteamericanos después de la puesta en órbita del SPUTNIK por parte de los rusos, lo que provocó elevados temores respecto a que ellos fueran los próximos conquistadores del mundo.

El paradigma naciente se basa en la hipótesis de enseñar matemáticas más avanzadas en la escuela y los liceos, de modo de dar mayor conocimiento científico a los estudiantes, pues se necesitan hombres de ciencia.

Los contenidos que la reforma hizo introducir en la enseñanza fueron: Introducción a la teoría de conjuntos (desde niveles pre – escolares), simbolismo moderno, elementos del álgebra lineal y geometría afín, erradicando de los currículos la geometría euclideana, introducción a las estructuras algebraicas y de sistemas axiomatizados, algebrización de la trigonometría, entre otros.

Aunque parezca extraño que se destituyera la geometría de Euclides, siendo que ésta manifestaba una primera “escuela” para la axiomatización, quedó completamente fuera del interés de esta agrupación de matemáticos por la incorporación de la geometría vectorial, los espacios vectoriales (como estructura algebraica), en un intento de algebrizar la geometría, siguiendo la huella que dejó Descartes. Se cuenta que tanto fue el énfasis en dicha destitución que en el seminario de 1959 al que llamó la Organización de Cooperación Económica Europea (OCEE)², realizado en Royaumont, Francia, el Matemático Bourbakista Jean Dieudonné lanzó en su exposición inaugural su famoso grito de guerra “que se vaya Euclides”. (Ruiz, 1996).

La rapidez con que se requería que los estudiantes aprendieran matemáticas lo más cercanas a las eruditas, era sin duda el gran desafío como también la responsabilidad que se propusieron asumir, todo esto por la desventaja que sintieron fuertemente los norteamericanos (muy influyentes en occidente) respecto a los rusos.

Se trataba entonces de introducir lo más tempranamente posible las matemáticas modernas, como se hizo con la teoría de conjuntos en educación infantil. Se pensaba que de no enseñar las matemáticas modernas del siglo XX a nivel primario y secundario, se estaban enseñando contenidos obsoletos. Los matemáticos profesionales veían que las matemáticas previas a la reforma no sólo eran inadecuadas para el avance de las mismas, sino también acusaban la existencia de definiciones y tratamientos imprecisos de las matemáticas tradicionales como culpables del fracaso de la adquisición de conocimientos matemáticos. Una buena síntesis de lo perjudicial que resultó esta reforma para podríamos decir la “salud” matemática mundial, es la que hacen Nuñez y Font (1995).

² En aquella época, ésta organización estaba en París. Es la Actual Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE).

- a) Deductivismo exagerado: Las matemáticas se presentaban como unos conocimientos terminados y organizados deductivamente. Un claro impedimento para “Hacer Matemáticas” en el aula.
- b) Definiciones Formalizadas: Se enseñaban muy buenas aproximaciones al saber erudito, las que contaban con un excesivo simbolismo -su manipulación, por tanto mecánica- aislamiento con otros conceptos y descontextualización.
- c) Exceso de generalización y por tanto falta de procesos de abstracción, yendo de lo más general a lo particular, ocultando la propia naturaleza de la génesis de los objetos matemáticos.
- d) Las matemáticas por las matemáticas: Los objetos enseñados prácticamente no tenían relación con otras áreas del conocimiento, ocultando sus aplicaciones externas, lo que llevó a la generación de preguntas sin respuesta del tipo: ¿Y esto, para qué sirve?

El matemático norteamericano Morris Kline (1908-1992) se ocupó siempre de la enseñanza, filosofía e historia de las matemáticas, tensionando la visión mecanicista y fragmentada de la matemática ocasionada por las presentaciones axiomáticas respecto de una matemática en contexto, con aplicaciones y usos en oposición a su versión a-histórica. Dentro de sus varios ensayos, escribe en 1973 “El Fracaso de las Matemáticas modernas: ¿Por qué Juanito no sabe sumar?”, material en que expone la “tragedia” de llevar el excesivo rigor y la presentación axiomática en primer lugar y como énfasis local de todo contenido matemático, lo que favoreció a la imagen dogmática de la matemática, la frustración de muchos estudiantes y el empleo de la mecanización como agente moderador de las evaluaciones en matemáticas.

Otro opositor a las Matemáticas modernas fue el Alemán Hans Freudenthal, quien participa en la fundación de distintas agrupaciones en el marco de la Epistemología de la Educación Matemática Realista (EMR) durante la década de los 80', la que se puede aplicar por medio de un proceso que denomina Matematización (pensar la matemática como una actividad humana). Freudenthal propone una metodología para la investigación en Educación Matemática, la que llama Fenomenología Didáctica, la cual se desarrolla por medio de la búsqueda de contextos y situaciones que desde la realidad, requieran de organización matemática, en que la Historia de la Matemática y las producciones e innovaciones espontáneas de los alumnos juegan el rol principal.

Varias son las propuestas que aparecen para intentar resolver la encrucijada que llevó al fracaso de la reforma. Una de ellas fue la línea denominada “semántica” entendiéndose con este término lo que se relaciona con la construcción de significado por parte del estudiante. Algunos teóricos representantes de esta línea fueron Piaget, Bruner y Dienes, quienes ponen mucha atención sobre el uso de materiales concretos para la enseñanza de conceptos tan abstractos como los matemáticos, lo que hace entrever, e incluso se constata en sus obras, que siguen considerando la era estructuralista de la reforma, pero atacando el problema por medio de “etapas” de aprendizaje entre las que destacan las fases simbólica, de manipulación y de representación, en las que estos tres investigadores coinciden.

En Chile, este suceso de las matemáticas modernas se instaló con la reforma chilena a la educación de 1965. Comienzan así una serie de cambios en los programas que obedecen a lo que entonces pasaba en el mundo con el paradigma mencionado. Los libros de texto ahora ya no aparecen en mayoría separados por libros de álgebra, aritmética y geometría, sino en un mismo manual vienen sólo dos de ellas, dejando en el olvido lo que se solía

llamar aritmética, lo que será más tarde reemplazado por un Eje Temático denominado “Números”.

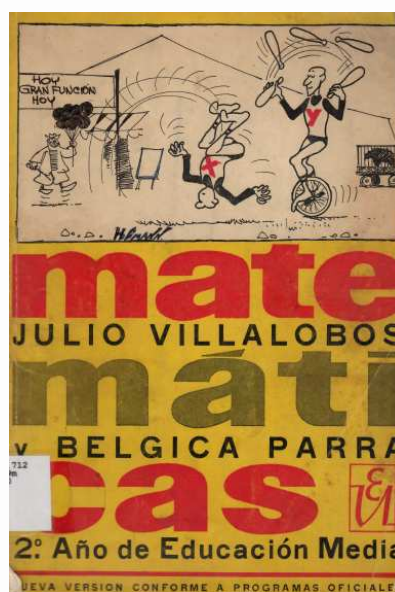
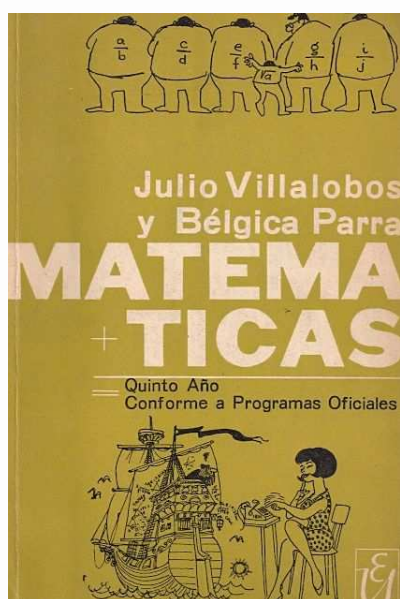
Estas modificaciones se aprecian en los nuevos libros de texto conformes a los nuevos programas ministeriales. En ellos se observa un alejamiento de las situaciones reales y se vislumbra el apogeo del paradigma de “matemáticas por las matemáticas” propio del movimiento por las matemáticas modernas. He aquí el ejemplo de un libro de texto de 1970 para el 8^o año de educación básica, ex segundo año de humanidades³.

INDICE DEL CONTENIDO	
Prólogo	
Nivel 1: REVISION DE CONCEPTOS	
Lectura: La pirámide extraña	7
Prueba de repaso	9
Nivel 2: RELACIONES	
Lectura: El embrujo de los números	19
2.1 Relaciones	21
2.2 Medir y comparar	40
2.3 Proporción	47
2.4 Relación: variación directa	51
2.5 Relación: variación inversa	56
2.6 Resumen del nivel	60
2.7 Prueba de nivel	62
Nivel 3: MODELOS ESTRUCTURAS MATEMATICAS	
Lectura: Un poco de fantasmagoría numérica	67
3.1 Funciones	69
3.2 Ley de composición interna	78
3.3 Estructura Grupo	86
3.4 Estructura Anillo	87
3.5 Estructura Cuerpo	88
3.6 Resumen	89
3.7 Prueba de nivel	91
Nivel 4: SISTEMAS ARITMETICOS	
Lectura: Problemas selectos	95
4.1 Impotencias de nuestros sistemas numéricos	97
4.2 Presentación de \mathbb{Z} o de los números enteros	104
4.3 El anillo \mathbb{Z}	117
4.4 Presentación de \mathbb{Q} o colección de los números racionales	125
4.5 El cuerpo de los números racionales	132
4.6 Repaso	142
4.7 Prueba de nivel	144
Nivel 5: GEOMETRIA Y MEDICION	
Lectura: Leyenda acerca del ajedrez (iniciación)	147
5.1 Rectas y Planos	148
5.2 El triángulo	159
5.3 Polígonos y áreas poligonales	171
5.4 Circunferencia y círculo	181
5.5 Poliedros	187
5.6 Resumen del nivel	195
5.7 Prueba de nivel	197
Nivel 6: GRAFICOS Y ESTADISTICA	
Lectura: Leyenda acerca del ajedrez (término)	201
6.1 Proposiciones	205
6.2 Gráfico de proposiciones con una y dos variables	207
6.3 Gráficos Estadísticos	209
6.4 Medidas de tendencia central	212
6.5 Probabilidad simple	218
6.6 Repaso	219
6.7 Prueba de nivel	220
Simbología	223-224

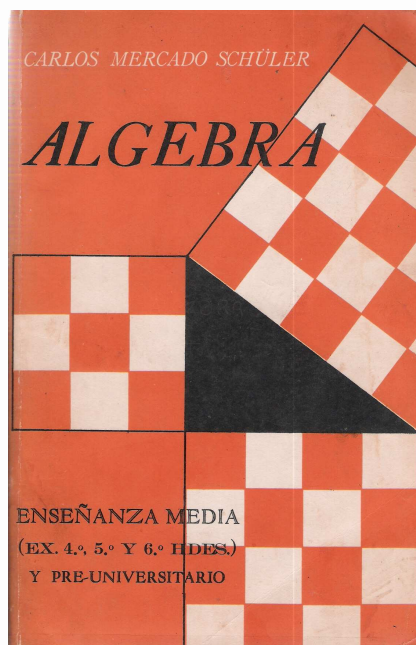
³ Cabe indicar que con la Reforma Educacional Chilena de 1965 y puesta en marcha progresivamente en los años posteriores, no sólo se ven modificados los contenidos, sino que también hay otros cambios más globales como el de pasar de un sistema de 6 a 8 años de educación primaria y acortar la secundaria de 6 a 4. En la actualidad, sabemos ya en el Bicentenario de nuestro país, que en pocos años más se volverá al sistema 6-6.

Los libros de texto poco a poco comienzan a cambiar de formato y de sus dimensiones aproximadas de 19 cm de largo por 13 cm de ancho, pasan a aproximarse a los 27 cm de largo por 19 cm de ancho, lo que es un aumento en cerca del doble en el tamaño de las páginas. Emerge el uso de 2 o 3 colores, aunque aún en papel roneo y como puede verse en la imagen anterior, las temáticas de geometría, álgebra y aritmética vienen en un mismo texto. Al respecto, en este período cabe mencionar que la geometría en gran parte deja de estudiarse según el modelo clásico y es reformulada desde un punto de vista más algebraico, donde los vectores juegan un papel trascendental, junto con las propiedades algebraicas (ya no geométricas) que satisfacen los entes de la geometría.

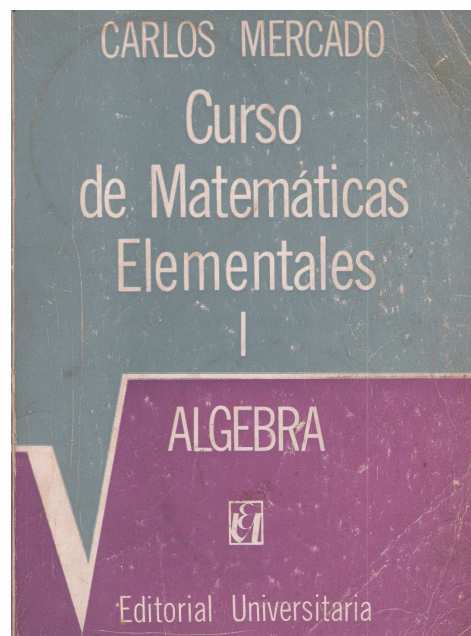
Aparecen autores que no sólo son profesores, sino que trabajan en la formación de profesores como en el inicio fue con R. Pöenisch. Es el caso de una serie de textos para distintos niveles y materias, escritos por Julio Villalobos y Bélgica Parra, ambos profesores de “Metodología de la enseñanza de las Matemáticas” en el Instituto Pedagógico de la Universidad de Chile. Este libro sufrió la transformación de las dimensiones que mencionamos anteriormente. A la izquierda se muestra su presentación inicial de 1967. A la derecha la versión en el nuevo tamaño (que es el estándar para los libros de texto actuales) con algunas modificaciones en su contenido y cuya edición data de 1970.



En este período toman revuelo varios libros de texto de otro autor: Carlos Mercado Schuler, quien fuera profesor de la Escuela Militar, de las Facultad de Química y Farmacia y de Filosofía y Educación de la Universidad de Chile, del Colegio Santa Úrsula, de los Liceos de Aplicación y Federico Anisen, de la Escuela Superior de Correos y Telégrafos, y del Instituto Luis Campino. Por todo este recorrido de lugares en que trabajó y las múltiples ediciones de sus textos en editorial Universitaria, (una de las editoras más longevas a nivel nacional, aún en funcionamiento). Mercado Schuler es conocido además por escribir libros de texto de Física y de preparación de pruebas de ingreso a la universidad. He aquí las imágenes de las portadas de un mismo texto en su versión original y luego sufrida la modificación del tamaño que mencionamos antes:



Versión de 1968



Versión de 1974

Es en 1968 cuando nace otra de las grandes editoriales en Chile. Se trata de una filial de la editora española Santillana, quienes a la fecha han tenido la más grande producción de libros en el mercado particular.

Esta etapa la hemos llamado de Transición simplemente por observar el cambio de estructura y el de presentación física que traen los textos. No sólo se modifican las dimensiones sino también quedan en el pasado las explicaciones y advertencias. Sólo se mantendría por un corto tiempo más las "Fe de Erratas", las que corresponden a un conjunto de enmiendas que comunicaban errores de imprenta. Aquí vemos un ejemplo en un texto de álgebra:



SOC. EDICIONES PEDAGOGICAS CHILENAS Ltda.
Huérfanos 1078 - 7° piso - Casilla 43 D
Fonos: 84082 - 88914
SANTIAGO

MATEMÁTICAS

6° año de humanidades
y preuniversitario
ALBERTO ZAPATA

FE DE ERRATAS

PAGINA	DICE	DEBE DECIR
13	$6x + \frac{9(5-2y)}{3} = 15$	$6x + \frac{9(5-2x)}{3} = 15$
15 ejercicio 52	$x - y + 5m = 0$	$x - y - \frac{3}{4}m = 0$
17 ejercicio 89	$x + y + z = a$ $z + y + t = b$ $x + z + t = c$ $y + x + t = d$	$x + y + z = a$ $y + x + t = b$ $x + z + t = c$ $z + y + t = d$
23 ejercicio 95	$3xz + 3yz - 4xy = -6$	$3xy + 3yz - 4xy = -9$
23 ejercicio 106 2° ecuación	$xy^2z = 216$	$xy^3z = 216$
32 ejercicio 32	$x^3 - 3x^2 - 10x + 21$	$x^3 - 3x^2 - 10x + 24$
32 ejercicio 52	$x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m > 0$	$x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0$
48 2ª col. 3ª línea 5ª línea	3) ... = $-\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ es negativa	3) ... = $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ es positiva
49 ejercicio 4	$\cos 120^\circ \dots \cos 210^\circ$	$\cos 420^\circ \dots \cos 240^\circ$
65 ejercicio 6	primer cuadrante	tercer cuadrante
65 ejercicio 8	$x^2 + y^2 - 16y - 17 = 0$	$x^2 + y^2 - 16x - 17 = 0$
65 ejercicio 15	$x^2 + y^2 + 10y + 21 = 0$	$x^2 + y^2 - 10y + 21 = 0$

2.3 Etapa de masificación

Convenimos en situar esta etapa entre 1980 y 1999. La justificación radica en la masificación que tuvieron los libros de texto en su nuevo formato de 27cm. por 19cm., la incorporación del color, y progresivamente durante los años 90, la llegada definitiva del papel blanco que reemplaza al roneo. Las impresiones mejoran enormemente su calidad, llega la era digital y con ello la posibilidad de crear y alterar en fin de la mejora, las imágenes, recuadros, tipografías y, en suma, el diseño de un libro de texto. Comienzan a aparecer nuevas empresas editoras y hacia fines de siglo se cuenta con más de 15 de ellas ofertando manuales escolares para los diversos niveles de la enseñanza básica y media.

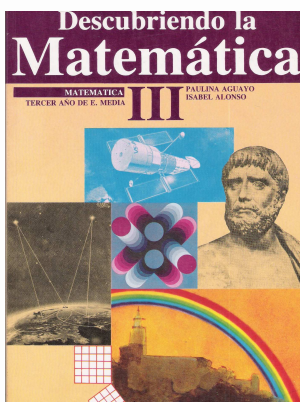
En Matemáticas, particularmente con la Reforma a la Educación de 1981, se modifican los programas ministeriales, y de los que en el período previo fueran algo orientadores para los profesores se pasa a un tipo de programa que sólo contiene objetivos y un listado de contenidos por nivel. De este modo, el papel del libro de texto es trascendente, puesto que constituyeron un excelente representante de lo que se hacía en clases.

Algunos autores de esta época son: Teodoro Jarufe, metodólogo de matemáticas del ex Instituto Pedagógico que por esos días pasaría a ser la Academia de Estudios Superiores de Santiago, y que desde 1985 pasa a llamarse Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. El profesor Jarufe junto a otros autores escribe diversos textos, entre los que se recuerda en el colectivo de la época los de portada color naranja. El Texto de la derecha se fecha en 1983.

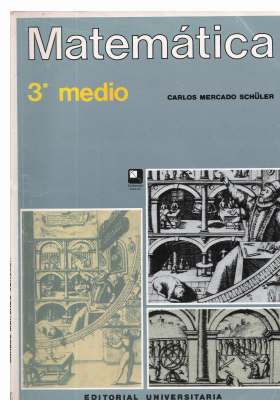
Se corrigen los cambios propuestos por la anterior reforma y por el movimiento de las matemáticas modernas, las que evidenciaron un fracaso mundial como paradigma de enseñanza de las matemáticas. En estos textos se retorna al modelo mecanicista con mayor fuerza que en el pasado, pues lo que más se valora de estos manuales es la cantidad de ejercicios que ofrecen para automatizar procedimientos.



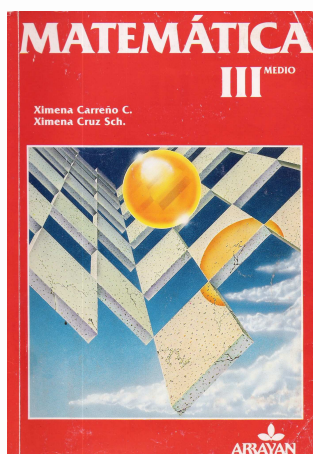
He aquí un juego de portadas de otros libros de texto de la época:



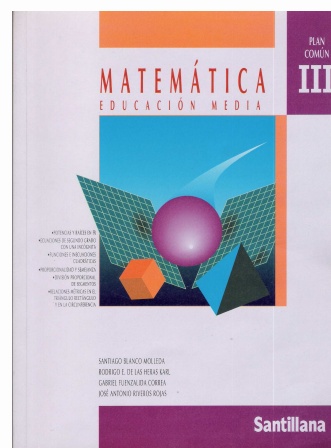
Texto de 1989 de Editorial Salesiana.



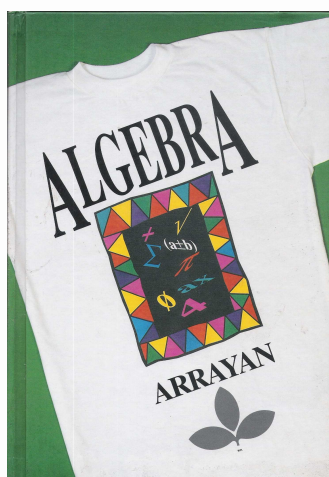
Texto Material Didáctico Auxiliar de la Educación chilena, Ministerio de Educación Pública, 1985



Texto de 1988 de Arrayán Editores.



Texto de 1994 de Editorial Santillana



Texto aparecido en 1994 por Arrayán Editores. No está dirigido a un nivel específico sino que contiene las temáticas de enseñanza media del álgebra escolar.

Los libros de texto de este período se caracterizan por una estructura deductiva. Las actividades que presenta se ajustan a un estilo Mecanicista. Presentan ejercicios de rutina, donde los estudiantes deben seguir la lectura que se supone les indica cómo se hacen los ejercicios, con una metodología instruccional y única.

2.4 Etapa de búsqueda de la consolidación

Hemos denominado a esta etapa como la de búsqueda de consolidación del libro de texto puesto que se crea en Chile el Programa de Textos Escolares de Educación Básica y Media por iniciativa del Ministerio de Educación, donde el servicio responsable de este programa es la Unidad de Currículo y Evaluación que adquiere y distribuye libros de texto a todos los alumnos de la educación subvencionada del país y a sus respectivos profesores.

El fin de este programa es contribuir a mejorar la calidad de los aprendizajes y la equidad en su distribución social de la educación. Se pretende aumentar y potenciar las oportunidades de aprendizaje de los alumnos y los docentes de los establecimientos subvencionados de todo el país en las áreas prioritarias del marco curricular oficial a través de la utilización de los textos escolares. Estas son: Lenguaje y Comunicación, Matemática, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Inglés, Física, Biología, Historia y Geografía. A su vez, el uso esperado del material educativo tiene dos dimensiones: orientar el trabajo de la asignatura donde lo primordial es el rol del docente y como recurso metodológico donde lo primordial es el rol del alumno.

El programa en su modalidad actual surgió en 1990, aunque el Estado de Chile viene distribuyendo libros desde el año 1940. Hoy se puede visitar su sitio web: www.textosescolares.cl:

Cabe destacar que el único componente de este programa es la adquisición y distribución de textos escolares de calidad y velar por las preferencias de los establecimientos educacionales y de acuerdo a las exigencias técnico- pedagógicas.

Esta búsqueda de consolidación conlleva crear espacios para tratar el libro de texto como un objeto primordial, que merece ser estudiado en cuanto material de apoyo y muchas veces, como elemento decidor de lo que ocurre en la sala de clases. Entre los espacios que emergen para esto están los Seminarios Internacionales de Libros de Texto. El primero de ellos realizado en 2006 con gran éxito, donde se abordaron temáticas relativas a diversas asignaturas del currículo escolar. Se repitió este evento en 2008 exclusivamente para el caso de los textos de Historia y Geografía, en 2009 le correspondió el turno al área de Lenguaje y Comunicación, mientras que en 2010 se ha reservado para las Ciencias Experimentales y las Matemáticas. He aquí sus logos.

Con los avances de la investigación mundial en enseñanza, de un paradigma conductista se transita a uno constructivista, marcado por los nuevos marcos curriculares y los programas, los que esta vez incorporan orientaciones que incluyen hasta actividades “tipo” que debe realizar el profesor en el aula.

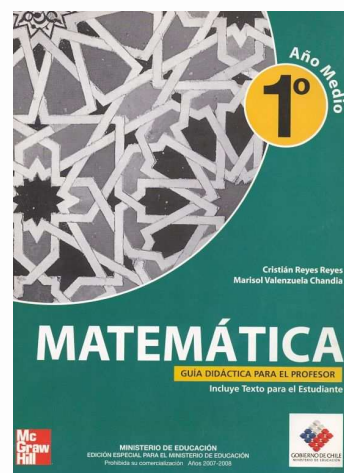
La existencia de un organismo que controle los libros de texto que distribuye gratuitamente el Ministerio de Educación y el aumento progresivo de los montos

asignados para tal tarea, hace que exista una verdadera competencia entre más de 20 empresas editoras que desean adjudicarse la compra de manuales escolares, lo que les asegura también continuidad y proyección, más aún para algunas que no participan en el comercio particular y cuyo fin es sólo el presentar propuestas de textos para el MINEDUC.

Esto ha hecho que ocurra cierto alineamiento entre las propuestas. Algunos de los cambios más distintivos de esta etapa son:

- La autoría corresponde ahora a grupos de trabajo de más de dos autores, por lo general.
- Los matemáticos y educadores matemáticos profesionales aparecen como autores de libros de texto, tanto separadamente como en conjunto en algunas obras.
- Se instala en la estructura del texto algunas exigencias tales como: la incorporación de mayor cantidad de situaciones problema de contexto real, las unidades temáticas son introducidas con alguna situación motivadora para los estudiantes, al inicio de cada unidad se deben ofrecer actividades que activen conocimientos previos necesarios para enfrentarla, al final los autores deben introducir resúmenes, mapas conceptuales y/o cualquier otro tipo de herramientas o instrumentos que permita poner en relieve el proceso evaluativo de la unidad, se utilizan estrategias para abordar el error como por ejemplo presentando las resoluciones de un mismo problema por dos protagonistas de una mini historia, de modo que los estudiantes determinen quien y por qué lo resolvió de manera correcta, etcétera.

Uno de los elementos que se han incluido mayormente en los últimos años son los llamados textos para el profesor los cuales también deben seguir pautas para poder participar en los llamados a licitación ministerial. En la imagen se muestra como ejemplo la portada de la “Guía Didáctica para el Profesor” de Editorial Mc Graw Hill, quienes se adjudicaron el texto oficial para primer año medio para los años 2008 y 2009.

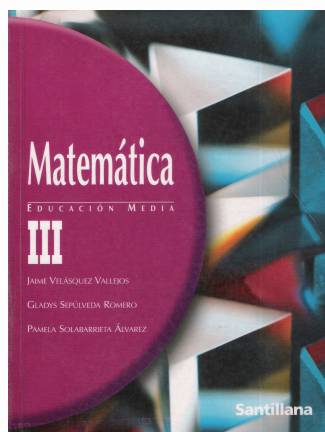


Por otra parte, seis son las características esperadas de un “buen” libro de texto según el Informe final de evaluación del Ministerio de Hacienda al Programa de Textos Escolares de Educación Básica y Media del año 2003, recuperable en la dirección Web http://portal.textos Escolares.cl/website/index2.php?id_portal=1&id_seccion=5&id_contenido=37:

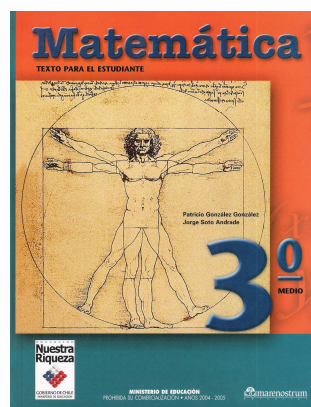
1. Rigor académico.
2. Priorizar la profundidad sobre la amplitud temática.
3. Lenguaje claro y preciso.
4. Debe ser positivo e integrador.

5. Tener atractivo físico y visual.
6. Tener una estructura motivadora.

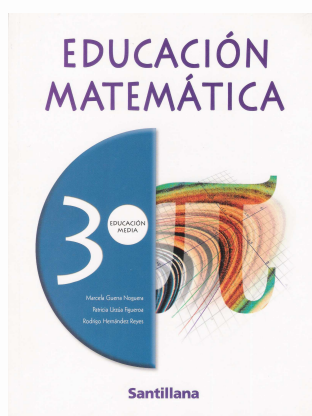
He aquí las portadas de algunos de los libros del período 2000 – 2010:



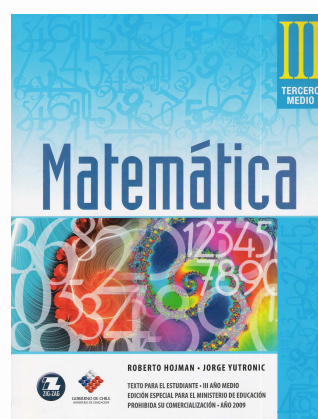
Texto de 2001 de editorial Santillana.



Texto oficial utilizado entre los años 2004-2005, editorial Mare Nostrum.



Texto de 2005 de editorial Santillana



Texto oficial utilizado entre los años 2009-2010, editorial Zig-Zag.

3. CONCLUSIONES

La revisión hecha permite obtener una buena radiografía sobre cómo en distintas épocas se generaban las matemáticas y cómo las caracterizaban los textos. Hemos avanzado desde los textos que cada autor creaba con sencillez para apoyar sus clases y a sus estudiantes, hasta una verdadera industria de textos que a través de las empresas editoriales compiten anualmente para adjudicarse una licitación ministerial. El texto hoy responde a bases de licitación que señala el número de páginas, ciertos lineamientos en cuanto gráfica, presentación y profundidad de los contenidos, cumplimiento del programa, requisitos que en definitiva representan el paradigma del saber institucionalizado y oficial.

Carecemos todavía de una línea de investigación en el ámbito del análisis del Saber Matemático que abra una discusión y contribuya a hacer más eficaz a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. También que nos permita velar por que la distancia que separa al saber científico del comunicable, debido a las transformaciones que se deben realizar para hacerlo enseñable, no lo termine por mutilar. Esto levanta la necesidad de incorporar en la formación del profesorado de matemáticas, por ejemplo, espacios para realizar análisis de libros de texto.

Algunos puntos sobre los que importa investigar y discutir pueden ser: ¿Qué contenidos matemáticos han quedado en el pasado? y al respecto, ¿Se justifica en todos los casos que se decida que ya no son enseñables?, ¿Hay elementos “rescatables” y necesarios de enseñar de aquellos que han quedado en el olvido? En resumen, ¿Cuáles son las matemáticas escolares del siglo XXI y cuáles en definitiva quedaron relegadas al pasado? Los próximos libros de texto, los que vendrán en el futuro, también harán historia y quedarán como evidencia empírica que ayudará a responder en parte estas preguntas, pues responderán a toda una forma de concebir la enseñanza de las matemáticas relativa a una época. Para nosotros, ésta es la maravilla que nos ofrece el libro de texto, testimonio de los modos de hacer matemáticas escolares en el tiempo.

Referencias bibliográficas

- Bourbaki, N. (1964). *Éléments de Mathematiques. Álgebre*. Hermann. París. Francia.
- Brunner, J. (1995). *Educación en el siglo XXI y el rol de las nuevas tecnologías de información y comunicación*. Documento de OCDE.
- Chevallard, Y. y Johsua, M.A. (1991). *La Transposition didactique du savoir savant au savor enseigné*. La pensee sauvage, editions. Francia.
- Colegio de Profesores (2005). *Formación docente, capítulo IV*, en: *Las reformas educativas en los países del Cono Sur: un balance crítico*, CLACSO, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.
- Cox, C. y González, P. (1997) *Política de mejoramiento de calidad y equidad en educación escolar en la década de los 90*.
- Del Carmen, L. y Jimenez, M.P. (1997). *Los libros de texto: un recurso flexible*. Revista Alambique, número 11, año IV, pp. 7 - 14.
- Eyzaguirre, B., Fontaine, L. (1997). *El futuro en riesgo: nuestros textos escolares*. Centro de Estudios Públicos CEP. 68. Chile.
- Font, V. (2003). *Matemáticas y Cosas. Una mirada desde la Educación Matemática*. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, 10 (2), 249 – 279.
- García, Y. (2000). *Análisis de contenido del texto escolar de matemática según las exigencias educativas del nuevo milenio*. Documento recuperable en <http://www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n16/n16art/art162.htm>, Venezuela.
- García Huidobro, J. y Cox, C. (1999). *Capítulo I : La Reforma Educacional Chilena 1990 – 1998*.
- González, M.T. y Sierra, M. (2004). *Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX*. Revista Enseñanza de las Ciencias, 22(3), pp. 389 – 408. España.
- Gómez, B. (2000). Los libros de texto de matemáticas. En Antonio Martinón (Ed.). *Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos*. Madrid: Nivola (pp. 77-80).

- Gómez, B. (2008). Pasado y presente de los manuales escolares. En Associação de Professores de Matemáticas - APM (Eds.), Actas do SIEM - 2007. XVIII SIEM. Seminário de Investigação em Educação Matemática. Painel: Avaliação de Manuais Escolares. 1-8.
- Gómez, B. (2009). El análisis de los manuales y la identificación de los problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. En Actas del XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM. Cantabria, España.
- Gutierrez, F. (2009). La Formación de profesores de matemáticas en el Instituto Pedagógico de la Universidad de Chile (1989 – 1950). Revista Extramuros. N°1, UMCE. Chile.
- Inglada, N.; Font, V. (2004). Le rôle des livres de texte comme médiateurs d'activation de la connaissance mathématique commune. In Giménez, J, Fitzsimons, G, Hahn, C (ed) Globalisation and mathematics Education. CIEAEM 54 (pp. 365-375). Barcelona: Graó. Disponible en <http://www.webpersonal.net/vfont/IngladaFontCieaem54t.pdf>
- Kline, M. (1973). El fracaso de la Matemática Moderna, Por qué Juanito no sabe sumar. Siglo XXI Editores. Madrid.

- MINEDUC (2006). Actas del Primer Seminario Internacional de Textos Escolares SITE 2006. Santiago de Chile. Disponible en www.textoscolares.cl. Santiago.
- MINEDUC (2003). Evaluación de programas gubernamentales. Informe final de Evaluación. Programa de Textos Escolares de Educación Básica y Media. Santiago.
- Moreno, M. (2007). De la Matemática formal a la Matemática escolar. PNA. 1(3), 99 – 111.
- Núñez, J.M. y Font, V. (1995). Aspectos ideológicos en la contextualización de las Matemáticas. Una aproximación histórica. Revista de Educación, 306, 293 – 314.
- OECD (2003). Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003. París:OECD Pub. Service.
- Ossenbach, G. (2000). La investigación sobre manuales escolares en América Latina: la contribución del Proyecto MANES. Revista Historia de la Educación. 19. pp. 195 – 203. Salamanca, España.
- Rojas, L. (1997). Historia y crisis de la Educación Chilena, 1ª Edición, Editorial Cantaclaro, Santiago de Chile.
- Sánchez, C., Contreras A. (1998). Análisis de manuales a través del tratamiento didáctico dado al concepto de límite de una función: Una perspectiva desde la noción de obstáculo. Revista Enseñanza de las Ciencias, 1998, 16(1), pp. 73 – 84. España.
- Soto, F. (2000). Historia de la educación chilena, CPEIP, Santiago de Chile.
- Vargas J. (2003). La Construcción de los irracionales de Dedekind como instrumento en un análisis de textos de octavo grado. Revista Ciencia y Tecnología N° 14. Colombia.
- Vidal, R. (2009). Las Raíces y Radicales en libros de texto en Chile entre 1969 y 2009. Un análisis de rupturas epistemológicas como aporte a la Didáctica de las Matemáticas. Tesis para optar al Grado de Doctor en Ciencias de la Educación. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Villella, J. (2007). Matemáticas escolares y libros de texto. Un estudio desde la Didáctica de las Matemáticas. San Martín, USAM, Argentina.
- Villella, J., Contreras, L. (2005). El conocimiento profesional de los docentes de matemáticas en relación con la selección y uso de libros de texto. Revista de Educación 340. pp. 973 – 992. Argentina.

Para citar texto:

VIDAL, Roberto (2010). El libro de texto de matemáticas en Chile en el último siglo 1910 – 2010. En: *Cuadernos de Educación N° 27*, Facultad de Educación Universidad Alberto Hurtado, agosto de 2010.